

BỘ CÔNG THƯƠNG
ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI



ĐỀ THI OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN 2025

Kỳ thi chọn đội tuyển chuyên tin

Thời gian làm bài: 180 phút

TỔNG QUAN ĐỀ THI

STT	Tên bài	Bộ nhớ	Thời gian chạy	Điểm
1	Đánh nhãn giao hàng	1 GB	1s	100
2	Pikachuuu	1 GB	1s	100
3	Emily	1 GB	1s	100
4	Con đường thẩm mỹ	1 GB	2s	100

Lưu ý: Tất cả các bài đều sử dụng nhập xuất chuẩn

(Đề thi gồm có: 09 trang)

Bài 1. Đánh nhãn giao hàng

Hôm nay là ngày làm việc đầu tiên của Charles Người giao hàng. Anh ấy được giao nhiệm vụ giao N gói hàng, trong đó mỗi gói hàng có một số nhãn (không nhất thiết là duy nhất) trong khoảng từ 1 đến N (bao gồm cả 1 và N).

Vào cuối mỗi ngày, anh ấy được yêu cầu báo cáo một dãy A gồm N số nguyên $A_1, \dots, A_N$, trong đó A_i là số nhãn của gói hàng thứ i được giao.

Là một người có tâm hồn toán học, Charles quyết định sử dụng mã hóa delta (delta encoding) để tiết kiệm dung lượng bộ nhớ và thay vào đó, anh ghi lại một dãy D gồm $N - 1$ số nguyên $D_1, \dots, D_{N-1}$, trong đó $D_i = A_{i+1} - A_i$.

Sau khi giao tất cả các gói hàng, Charles nhận ra rằng anh không biết làm thế nào để khôi phục A từ D . Nhiệm vụ của bạn hôm nay là giúp anh ấy, hoặc cho biết rằng không thể khôi phục A một cách duy nhất.

Đầu vào

Chương trình của bạn phải đọc từ đầu vào chuẩn.

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên duy nhất N , tổng số gói hàng.
- Dòng thứ hai chứa $N - 1$ số nguyên cách nhau bởi dấu cách, $D_1, \dots, D_{N-1}$. D_i biểu thị hiệu số giữa số nhãn của gói hàng thứ $(i + 1)$ và gói hàng thứ i được giao.

Ràng buộc

- $2 \leq N \leq 3 \times 10^5$
- $1 \leq A_i \leq N$
- $-N \leq D_i < N$

Đầu ra

Chương trình của bạn phải in ra đầu ra chuẩn.

- Nếu có thể khôi phục duy nhất A từ D , đầu ra của bạn phải chứa N số nguyên cách nhau bởi dấu cách, là dãy A .
- Nếu không, đầu ra của bạn phải chứa một số nguyên duy nhất trên một dòng, là số -1.

Ví dụ:

Dữ liệu	Kết quả	Giải thích
5 1 3 -2 1	1 2 5 3 4	Chúng ta có thể khôi phục duy nhất $A = [1, 2, 5, 3, 4]$. Điều này nhất quán với D vì : $A_2 - A_1 = 2 - 1 = 1 = D_1$ $A_3 - A_2 = 5 - 2 = 3 = D_2$ $A_4 - A_3 = 3 - 5 = -2 = D_3$ $A_5 - A_4 = 4 - 3 = 1 = D_4$
5 2 2 -3 1	1 3 5 2 3	
2 0	-1	

Giới hạn

- 7% số điểm: $N = 2$
- 15% số điểm: $2 \leq N \leq 6$
- 25% số điểm: $2 \leq N \leq 10^3$
- 18% số điểm: $-1 \leq D_i \leq 1$
- 35% số điểm: Không có ràng buộc gì thêm

Bài 2: Pikachu

Trong hành trình trở thành Pokémon giỏi nhất, Pikachu, chú chuột điện, đã bắt đầu một công việc kinh doanh mới phù hợp hơn với thể mạnh của mình: sử dụng chiêu thức "Phóng điện" yêu thích để sạc điện thoại cho khách hàng. Một mô hình kinh doanh siêu hiệu quả, nó thu hút được nhiều khách hàng hàng ngày.

Vào một ngày đặc biệt, Pikachu có N khách hàng đang xếp hàng chờ sạc điện thoại. Anh ấy có thể sạc nhiều điện thoại cùng một lúc, với công suất cung cấp cho mỗi điện thoại là bằng nhau và không đổi. Tất nhiên, các kiểu điện thoại khác nhau có dung lượng pin khác nhau, do đó cần thời gian sạc đầy khác nhau. Cụ thể hơn, điện thoại thứ i mất T_i phút để được sạc đầy.

Khi phóng điện, Pikachu không dừng lại cho đến khi tất cả các điện thoại được sạc đầy. Do đó, để tránh bị điện giật, khách hàng buộc phải đợi cho đến khi chiếc điện thoại cuối cùng sạc xong trước khi họ lấy lại điện thoại của mình.

Tuy nhiên, không phải tất cả hy vọng đều đã mất: để giảm thiểu tổng thời gian khách hàng phải chờ đợi, Pikachu có thể chia họ thành một số lượng tùy ý **các nhóm con liên tiếp**, trước khi sạc các nhóm theo thứ tự. Như vậy, mỗi nhóm phải đợi các nhóm trước mặt họ sạc xong trước khi Pikachu có thể bắt đầu sạc điện thoại của họ. Mỗi khách hàng sẽ thuộc chính xác một nhóm, trong đó khách hàng thứ i được gán vào nhóm thứ G_i .

Gọi T_i lớn nhất trong nhóm thứ k là M_k . Do đó, tổng thời gian chờ đợi của khách hàng thứ i , W_i , sẽ là tổng thời gian cần thiết cho mỗi nhóm trước anh ta cũng như nhóm của chính anh ta. Công thức là:

$$W_i = \sum_{n=1}^{G_i} M_n$$

Để tối đa hóa sự hài lòng của khách hàng, Pikachu muốn **giảm thiểu tổng thời gian chờ đợi**. Pikachu chỉ có bộ não cỡ con chuột không có khả năng tính toán cách chia nhóm tối ưu cho khách hàng của mình. Do đó, Pikachu cần sự giúp đỡ của bạn để tìm ra cách chia nhóm tối ưu và đưa ra tổng thời gian chờ đợi tối thiểu.

Đầu vào

Chương trình của bạn phải đọc từ đầu vào chuẩn.

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^6$), số lượng khách hàng.
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên, trong đó số nguyên thứ i biểu thị thời gian cần thiết để sạc điện thoại của khách hàng thứ i , T_i . ($1 \leq T_i \leq 10^9$)

Đầu ra

Chương trình của bạn phải in ra đầu ra chuẩn.

- Đầu ra phải chứa một số nguyên duy nhất trên một dòng, là tổng thời gian chờ đợi tối thiểu có thể.

Ví dụ:

Dữ liệu	Kết quả	Giải thích
5 1 3 2 6 3	27	Có thể chia khách hàng thành hai nhóm liên tiếp (1, 3, 2) và (6, 3). Thời gian cần thiết cho hai nhóm lần lượt là 3 và 6 vì chúng là T_i lớn nhất trong các nhóm. Thời gian chờ đợi cho nhóm đầu tiên là 3 cho mỗi khách hàng. Thời gian chờ đợi cho nhóm thứ hai là $3 + 6 = 9$ cho mỗi khách hàng vì nhóm thứ hai phải đợi nhóm đầu tiên hoàn thành. Do đó, tổng thời gian chờ đợi là $3 + 3 + 3 + 9 + 9 = 27$.
7 1 1 2 2 2 2 2	14	Cách chia nhóm tối ưu là chỉ cần cho tất cả khách hàng vào một nhóm và sạc điện thoại của họ cùng một lúc. Do đó, thời gian cần thiết cho nhóm này sẽ là 2. Tổng thời gian chờ đợi sau đó sẽ là $2 \times 7 = 14$.

Giới hạn

- 9% số điểm: $1 \leq N \leq 3$
- 13% số điểm: $1 \leq N \leq 1500$ và dãy T không giảm
- 25% số điểm: dãy T không giảm
- 11% số điểm: dãy T không tăng
- 14% số điểm: $1 \leq N \leq 1500$
- 28% số điểm: Không có ràng buộc gì thêm

Bài 3. Emily

Emily, một cô bạch tuộc ngoài hành tinh, đang chơi một trò chơi điện tử. Máy chơi game bao gồm N nút, được đánh số từ 1 đến N từ trái sang phải. Trò chơi bao gồm việc nhấn một loạt M nút, mỗi giây một nút. Tại thời điểm T_i giây kể từ khi bắt đầu trò chơi, nút A_i phải được nhấn. Lưu ý rằng có thể $T_i = T_j$, $A_i = A_j$ ngay cả khi $i \neq j$.

Mỗi bàn tay của Emily có thể bắt đầu ở bất kỳ vị trí nào khi bắt đầu trò chơi, và Emily mất đúng một giây để di chuyển một bàn tay từ một nút sang nút liền kề. Các bàn tay của Emily có thể di chuyển đồng thời, và không mất thời gian để nhấn một nút. Vì bạch tuộc ngoài hành tinh có vô số bàn tay, nên luôn có thể đạt được điểm tối đa trong trò chơi bằng cách hoàn thành tất cả M lần nhấn nút.

Tuy nhiên, vì Emily lười biếng, cô ấy không muốn sử dụng tất cả các bàn tay của mình. Gọi số lượng tay tối thiểu cần thiết để đạt được điểm tối đa là S . Biết chính xác loạt thao tác nhấn nút mà Emily phải hoàn thành, hãy giúp cô ấy tìm ra số lượng tay tối thiểu mà cô ấy cần sử dụng để đạt được điểm số tối đa cho trò chơi. Hãy giúp tìm và cung cấp cho Emily giá trị của S .

Đầu vào

Chương trình của bạn phải đọc từ đầu vào chuẩn.

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên N và M .
- Dòng thứ hai chứa M số nguyên, trong đó số nguyên thứ i biểu thị T_i .
- Dòng thứ ba chứa M số nguyên, trong đó số nguyên thứ i biểu thị A_i .

Đầu ra

Chương trình của bạn phải in ra đầu ra chuẩn.

- Đầu ra phải chứa một số nguyên duy nhất trên một dòng, là số lượng tay tối thiểu mà Emily cần sử dụng để đạt được điểm số tối đa cho trò chơi.

Ví dụ:

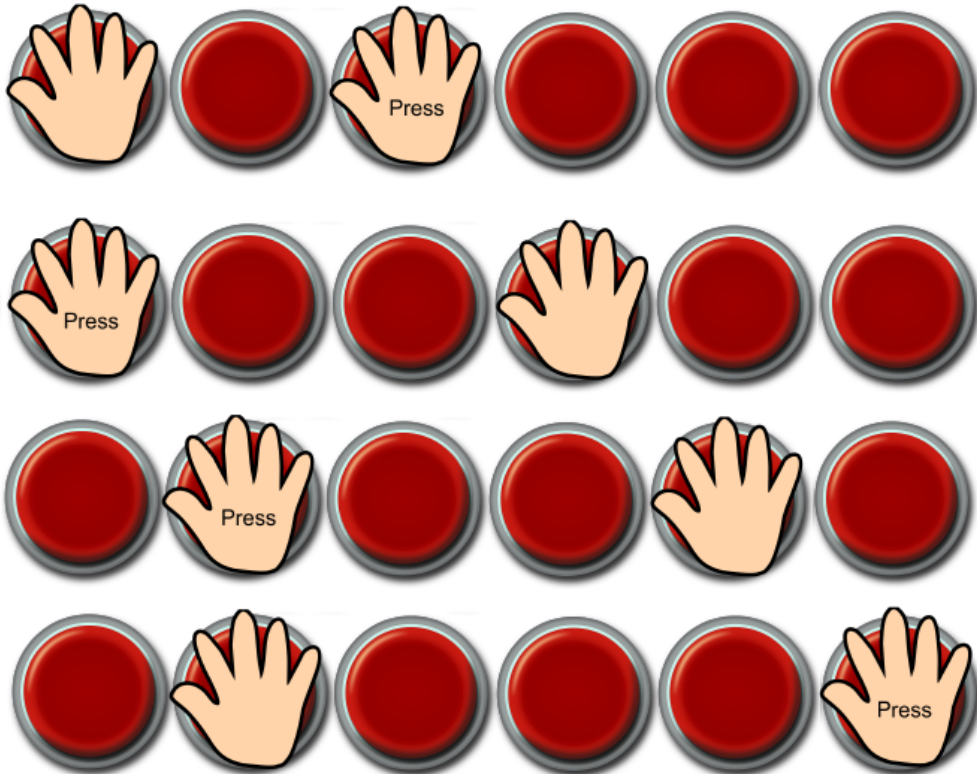
Dữ liệu	Kết quả	Giải thích
6 4 1 2 3 4 3 1 2 6	2	Khi bắt đầu trò chơi, tay của Emily sẽ ở các vị trí sau, với tay phải của cô ấy nhấn nút 3. Trong giây tiếp theo, Emily sẽ di chuyển tay phải của mình sang phải một nút, và nhấn nút 1 bằng tay trái. Sau đó, cô ấy sẽ di chuyển cả hai tay sang phải một nút đồng thời, và nhấn nút 2. Vào giây cuối cùng, cô ấy sẽ di chuyển tay phải của mình sang phải một bước và nhấn nút 6. Do đó, Emily sẽ cần hai tay để hoàn thành trò chơi. S do đó sẽ có giá trị là 2 Hình ảnh minh họa ở phía dưới

Ràng buộc

- $1 \leq N \leq 10^9$
- $1 \leq M \leq 5 \times 10^5$
- $1 \leq A_i \leq N$
- $1 \leq T_i \leq 10^9$

Giới hạn

- 7% số điểm: $1 \leq N, M, T_i \leq 100, 1 \leq S \leq 2$
- 11% số điểm: $1 \leq N, M, T_i \leq 100, 1 \leq S \leq 3$
- 12% số điểm: $1 \leq N, M, T_i \leq 100, 1 \leq S \leq 4$
- 21% số điểm: $1 \leq M \leq 300$
- 14% số điểm: $1 \leq M \leq 15000$
- 15% số điểm: $1 \leq M \leq 100000$
- 20% số điểm: Không có ràng buộc gì thêm



Bài 4: Con đường thẩm mỹ

Rùa Syrup sống trong một thị trấn có bố cục bao gồm N địa điểm được kết nối bởi M con đường. Mỗi địa điểm được đánh chỉ số từ $1, 2, \dots, N$ và mỗi con đường được đánh chỉ số từ $1, 2, \dots, M$. Con đường thứ i kết nối trực tiếp các địa điểm A_i và B_i , có độ dài W_i đơn vị, và có thể đi qua theo cả hai hướng. Các con đường và địa điểm này được sắp xếp sao cho có thể di chuyển trực tiếp hoặc gián tiếp giữa bất kỳ cặp địa điểm nào, và không có hai con đường nào chia sẻ chung điểm cuối.

Mỗi con đường có cảnh quan độc đáo riêng, và cư dân thị trấn từ lâu đã có chung một quan điểm về mức độ thẩm mỹ khi đi qua mỗi con đường. Thứ tự chỉ số hiện tại của các con đường phản ánh điều này; các con đường có tính thẩm mỹ tăng dần từ 1 đến M .

Gần đây, các cư dân đã tìm cách cải thiện hơn nữa sức hấp dẫn của địa hình thị trấn. Sau khi cân nhắc nhiều yếu tố chức năng và thẩm mỹ của nhiệm vụ này, một thỏa hiệp đáng kinh ngạc đã đạt được: một bản sao y hệt của một con đường thẩm mỹ hơn sẽ được xây dựng bên trong con đường của một con đường kém thẩm mỹ hơn. Hành động này có thể thực hiện được đối với bất kỳ cặp đường nào, và sẽ kéo dài con đường kém thẩm mỹ hơn thêm một đoạn bằng độ dài của con đường thẩm mỹ hơn.

Nói cách khác, con đường j có thể được nhân bản vào con đường i khi và chỉ khi $i < j$, và làm như vậy sẽ thay đổi độ dài của con đường i thành $W_i + W_j$. Bây giờ, tất cả những gì còn lại là bỏ phiếu cho một cặp đường để thực sự được chọn cho dự án này.

Syrup thường xuyên di chuyển giữa nhà mình ở địa điểm N và quảng trường chính ở địa điểm 1. Anh ấy muốn biết trước khoảng cách tối thiểu giữa hai địa điểm này có thể là bao nhiêu sau khi dự án hoàn thành; nhiệm vụ của bạn là xác định giá trị của khoảng cách này.

Đầu vào

Chương trình của bạn phải đọc từ đầu vào chuẩn

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên, N và M
- M dòng sẽ theo sau. Dòng thứ i chứa ba số nguyên, A_i , B_i , và W_i , mô tả một con đường

Ràng buộc

- $3 \leq N \leq 300000$
- $2 \leq M \leq 300000$
- $1 \leq A_i \neq B_i < N$
- $0 \leq W_i \neq 10^9 < N$

Đầu ra

Chương trình của bạn phải in ra đầu ra chuẩn

- Đầu ra phải chứa một số nguyên duy nhất trên một dòng, là **độ dài lớn nhất có thể của đường đi ngắn nhất** giữa địa điểm 1 và N sau khi dự án được thực hiện

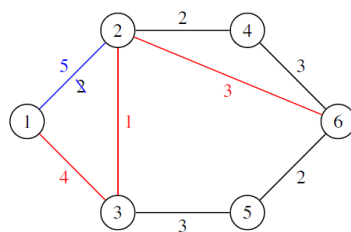
Ví dụ:

Dữ liệu	Kết quả	Giải thích
6 8 5 6 2 3 1 4 1 2 2 3 6 2 5 3 3 1 2 3 4 6 3 2 4 2	8	Đường đi ngắn nhất ban đầu giữa địa điểm 1 và 6 là $1 \rightarrow 2 \rightarrow 6$ với độ dài 5. Nếu con đường 3, được đánh dấu màu xanh, được kéo dài bởi bất kỳ con đường nào thẳm mỷ hơn có độ dài 3, độ dài của đường đi ngắn nhất có thể tăng lên 8 như được đánh dấu bằng màu đỏ.
5 6 1 2 1 4 3 1 2 4 1 3 2 1 1 3 1 4 5 1	3	Đối với trường hợp này, có thể chứng minh rằng việc kéo dài một con đường kém thẳm mỷ hơn bằng một con đường thẳm mỷ hơn sẽ không bao giờ làm tăng độ dài của đường đi ngắn nhất vượt quá giá trị ban đầu của nó là 3.
7 6 2 1 4 3 1 3 4 5 4 5 7 3 4 6 2 1 4 0	10	
5 5 4 3 3 1 4 4 3 1 3 4 5 2 2 3 1	8	

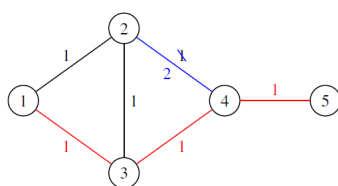
Giới hạn

- 5% số điểm: $N, M \leq 100$
- 8% số điểm: $N, M \leq 2000$
- 7% số điểm: $M = N - 1$
- 15% số điểm: $M = N$
- 16% số điểm: $W_i = 1$
- 22% số điểm: $0 \leq W_i \leq 10$
- 27% số điểm: Không có ràng buộc gì thêm

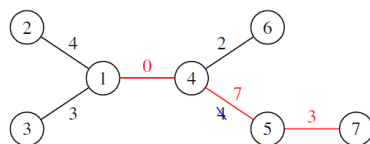
Hình ảnh



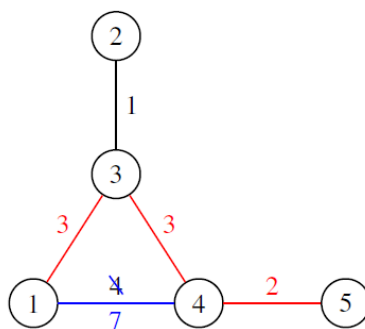
Hình 1: Ví dụ số 1



Hình 2: Ví dụ số 2



Hình 3: Ví dụ số 3



Hình 4: Ví dụ số 4